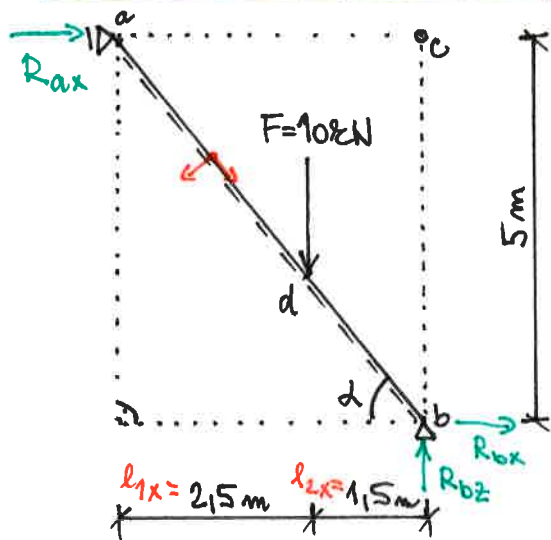


Rovinný šikmý nosník



1) Reakce

$$\sum F_{iz} = 0 \oplus \downarrow$$

$$F - R_{bz} = 0 \Rightarrow \underline{R_{bz} = F = 10 \text{ kN}}$$

$$\sum M_{ib} = 0 \oplus \downarrow$$

$$R_{ax} \cdot 5 - F \cdot 1.5 = 0$$

$$\underline{R_{ax} = \frac{1.5F}{5} = 3 \text{ kN}}$$

$$\sum M_{ic} = 0 \oplus \uparrow$$

$$F \cdot 1.5 + R_{bx} \cdot 5 = 0$$

$$\underline{R_{bx} = -\frac{1.5 \cdot F}{5} = -3 \text{ kN}}$$

kontrola: $\sum F_{ix} = 0 \oplus \rightarrow$

$$R_{ax} + R_{bx} = 0 \Rightarrow 3 + (-3) = 0$$

$$\underline{0 = 0 \checkmark}$$

2) rozklad sil do složek kolmých a rovnoběžných s osou prutu

- délka prutu $l = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$

$$\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} = 0,780869$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}} = 0,624695$$

$$\frac{F^\perp}{F} = \cos \alpha \Rightarrow \underline{F^\perp = F \cos \alpha = 6,244 \text{ kN}}$$

$$\underline{F^\parallel = F \sin \alpha = 4,809 \text{ kN}}$$

$$\frac{R_{bz}^\perp}{R_{bz}} = \cos \alpha \Rightarrow \underline{R_{bz}^\perp = R_{bz} \cos \alpha = F^\perp = 6,244 \text{ kN}}$$

$$\underline{R_{bz}^\parallel = R_{bz} \sin \alpha = 4,809 \text{ kN} = F^\parallel}$$

$$\frac{R_{ax}^\parallel}{R_{ax}} = \cos \alpha \Rightarrow \underline{R_{ax}^\parallel = R_{ax} \cos \alpha = 1,874 \text{ kN}}$$

$$\underline{R_{ax}^\perp = R_{ax} \sin \alpha = 2,343 \text{ kN}}$$

$$\frac{R_{bx}^\parallel}{R_{bx}} = \cos \alpha \Rightarrow \underline{R_{bx}^\parallel = 1,874 \text{ kN} = R_{ax}^\parallel}$$

$$\underline{R_{bx}^\perp = 2,343 \text{ kN} = R_{ax}^\perp}$$

Pozn.:

opět musí platit rovnováha sil - složek kolmých a rovnoběžných

$$\sum F_i^\parallel = 0 \oplus \rightarrow$$

$$R_{ax}^\parallel + F^\parallel - R_{bz}^\parallel - R_{bx}^\parallel = 0$$

$$1,874 + 4,809 - 4,809 - 1,874 = 0$$

$$\underline{0 = 0 \checkmark}$$

$$\sum F_i^\perp = 0 \oplus \rightarrow$$

$$R_{ax}^\perp - F^\perp + R_{bz}^\perp - R_{bx}^\perp = 0$$

$$\underline{0 = 0 \checkmark}$$

$$\sum M_{iD} = 0 \oplus \rightarrow$$

$$F \cdot 2,5 + R_{bx} \cdot 5 - R_{bz} \cdot 4 = 0$$

$$\underline{0 = 0 \checkmark}$$

nebo $F^\perp \cdot l_1 + R_{bx}^\perp \cdot l - R_{bz}^\perp \cdot l = 0$

$$l_1 = \frac{l}{4} \cdot 2,5$$

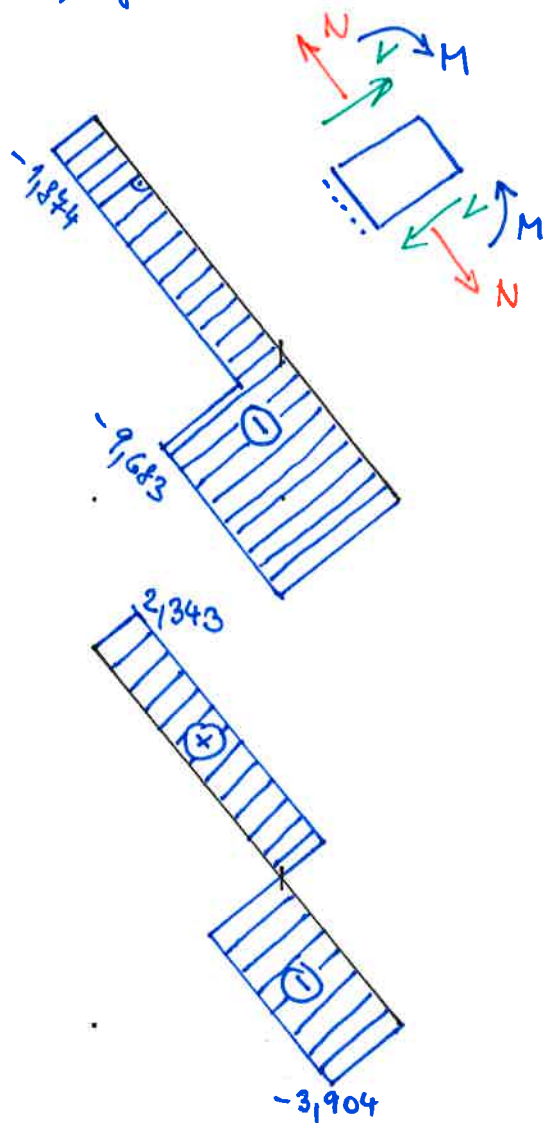
$$\underline{0 = 0 \checkmark}$$

- použití původních a složených sil je možné libovolně kombinovat; v tomto případě je to spíše komplikace

pro výpočet M není potřeba využívat rozkladů

+ rychlá kontrola správného přiřazení úhlu α a použití $\sin/\cos \leftarrow \sum F_i^\parallel$ a $\sum F_i^\perp$

3) vykreslení vnitřních sil N, V, M



$$N_{ad}^L = N_{da}^L = -R_{ax}'' = -1,844 \text{ kN}$$

$$N_{db}^L = N_{bd}^L = -R_{ax}'' - F'' = -9,683 \text{ kN}$$

kontrola:

$$N_{bd}^P = -R_{bx}'' - R_{bz}'' = -9,683 \text{ kN} \checkmark$$

$$V_{ad}^L = V_{da}^L = R_{ax}^\perp = 2,343 \text{ kN}$$

$$V_{db}^L = V_{bd}^L = R_{ax}^\perp - F^\perp = -3,904 \text{ kN}$$

kontrola:

$$V_{bd}^P = R_{bx}^\perp - R_{bz}^\perp = -3,904 \text{ kN} \checkmark$$

$$M_a^L = 0$$

$$M_d^L = R_{ax} \cdot l_{1z} = 9,375 \text{ kNm}$$

$$= R_{ax}^\perp \cdot l_1 = 9,374 \text{ kNm} \quad \left(\begin{array}{l} \text{zaokrouhlení} \\ \text{chyba} \\ \text{z rozkladu} \end{array} \right)$$

$$M_b^P = 0$$

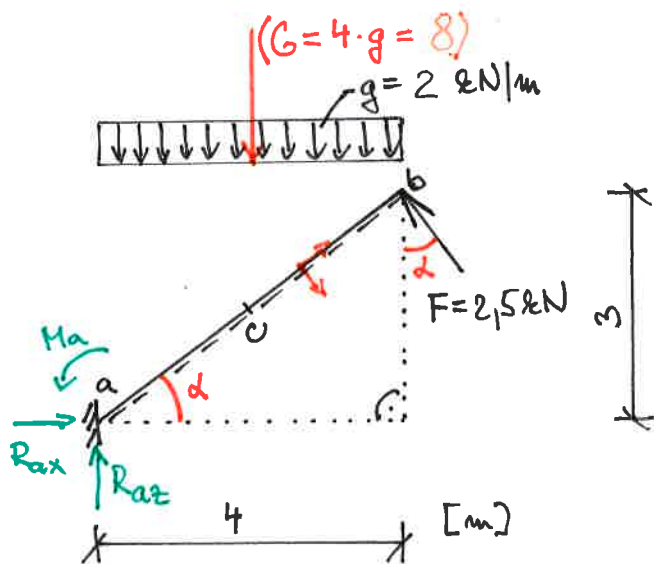
kontrola:

$$M_d^P = R_{bz}^\perp \cdot l_2 - R_{bx}^\perp \cdot l_2 = 9,374 \text{ kNm} \quad \left(\begin{array}{l} \text{zaokr.} \\ \text{chyba} \\ \text{z rozkladu} \end{array} \right)$$

$$= R_{bz} \cdot 1,5 - R_{bx} \cdot l_{2z} = 9,375 \text{ kNm}$$

$$\frac{l_{2z}}{l_{2x}} = \frac{5}{4} \Rightarrow l_{2z} = \frac{5}{4} \cdot 1,5 = 1,875 \text{ m} \Rightarrow l_{1z} = 5 - l_{2z} = 3,125 \text{ m}$$

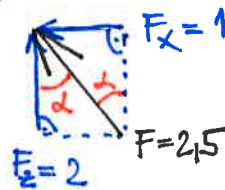
$$\frac{l_2}{1,5} = \frac{l}{4} \Rightarrow l_2 = \frac{\sqrt{41}}{4} \cdot 1,5 \text{ m}$$



delka prutu: $l = 5\text{ m}$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

1) reakce



$$\frac{F_z}{F} = \cos \alpha$$

$$F_z = F \cos \alpha = 2 \text{ kN}$$

$$F_x = F \sin \alpha = 1.5 \text{ kN}$$

$$\sum F_{ix} = 0 \quad \oplus \rightarrow$$

$$R_{ax} - F_x = 0 \Rightarrow \underline{R_{ax} = F_x = 1.5 \text{ kN}}$$

$$\sum F_{iz} = 0 \quad \oplus \uparrow$$

$$R_{az} - G + F_z = 0$$

$$\underline{R_{az} = G - F_z = 8 - 2 = 6 \text{ kN}}$$

$$\sum M_{ia} = 0 \quad \oplus \uparrow$$

$$M_a - G \cdot 2 + F \cdot 5 = 0$$

$$\underline{M_a = G \cdot 2 - F \cdot 5 = 3.5 \text{ kNm}}$$

kontrola:

$$\sum M_{ic} = 0 \quad \oplus \uparrow$$

$$M_a + R_{ax} \cdot 1.5 - R_{az} \cdot 2 + F \cdot 2.5 = 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

2) rozklad přičného spojitého zatížení
na kolmou a rovnoběžnou složku
(viz příloha)

$$m = g \cos \alpha \sin \alpha = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = 0.96 \text{ kN/m}$$

$$q = g \cos^2 \alpha = 2 \cdot \frac{4^2}{5^2} = 1.28 \text{ kN/m}$$

náhradní břemeno

$$N = m \cdot 5 = 4.8 \text{ kN}$$

$$Q = q \cdot 5 = 6.4 \text{ kN}$$

3) rozklad reakcí pro kontrolu

$$\frac{R_{az}^\perp}{R_{az}} = \cos \alpha \Rightarrow R_{az}^\perp = R_{az} \cdot \cos \alpha = 4.8 \text{ kN}$$

$$R_{az}'' = R_{az} \sin \alpha = 3.6 \text{ kN}$$

$$\frac{R_{ax}^\perp}{R_{ax}} = \cos \alpha \Rightarrow R_{ax}^\perp = R_{ax} \cdot \cos \alpha = 1.2 \text{ kN}$$

$$R_{ax}^\perp = R_{ax} \cdot \sin \alpha = 0.9 \text{ kN}$$

KONTROLA:

$$\sum F_i'' = 0 \quad \oplus \rightarrow$$

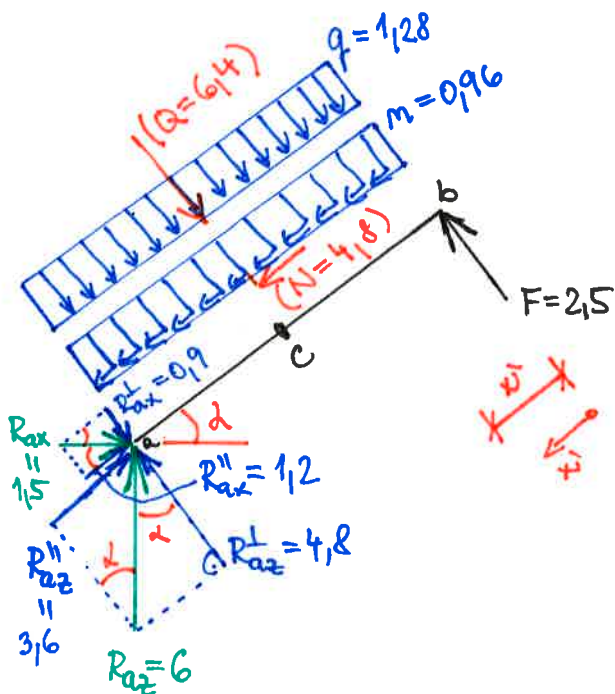
$$R_{az}'' + R_{ax}'' - N = 0$$

$$3.6 + 1.2 - 4.8 = 0 \quad \checkmark$$

$$\sum F_i^\perp = 0 \quad \oplus \uparrow$$

$$R_{az}^\perp - R_{ax}^\perp - Q + F = 0$$

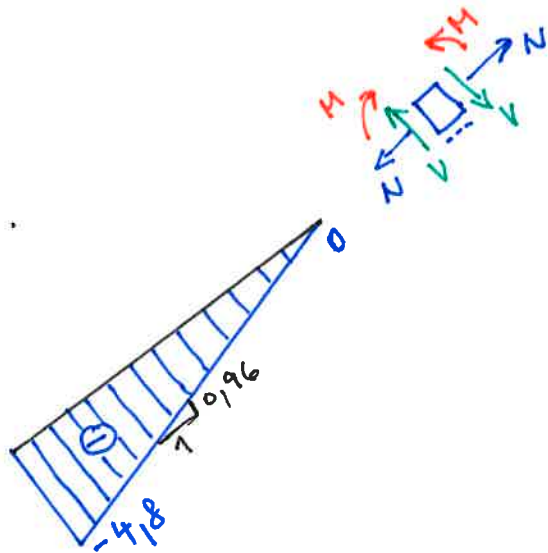
$$4.8 - 0.9 - 6.4 + 2.5 = 0 \quad \checkmark$$



4) vykreslení vnitřních sil z volného konce

- reakce nejsou potřeba pro vykreslení

- pokud známe reakce, potom je použijeme pro kontrolu



$$N_{ba}^P = 0$$

$$N_{b-a}^P(x') = -m \cdot x' = 0,96 x'$$

$$N_{ab}^P = N_{b-a}^P(x'=5) = 0,96 \cdot 5 = 4,8 \text{ kN}$$

nebo

$$N_{ab}^P = -N = -4,8 \text{ kN} \checkmark$$

kontrola:

$$N_{ab}^L = -R_{az}'' - R_{ax}'' = -3,6 - 1,2 = -4,8 \text{ kN} \checkmark$$

$$V_{ba}^P = -F = -2,5 \text{ kN}$$

$$V_{ab}^P = -F + Q = 3,9 \text{ kN}$$

nebo obecně

$$V_{b-a}^P(x') = -F + q \cdot x' = -2,5 + 1,28 x'$$

$$V_{ab}^P = V_{b-a}^P(x'=5) = 3,9 \text{ kN} \checkmark$$

kontrola:

$$V_{ab}^L = R_{az}^L - R_{ax}^L = 4,8 - 0,9 = 3,9 \text{ kN} \checkmark$$

obecně:

$$M_b^P = 0$$

$$M_{b-a}^P(x') = F \cdot x' - q \frac{x'^2}{2} = 2,5 x' - 0,64 x'^2$$

$$M_a^P = F \cdot 5 - Q \cdot 2,5 = -3,5 \text{ kNm}$$

- pomocný tečnový polygon

$$M_c^P = (\text{bez } q \text{ pod } Q) = F \cdot 2,5 = 6,25 \text{ kNm}$$

kontrola:

$$M_a^L = -M_a = -3,5 \text{ kNm} \checkmark$$

$$M_{\max}^P = F \cdot x_p - q \frac{x_p^2}{2} = 2,441 \text{ kNm}$$

nebo

$$M_{\max}^P = M_b \ominus \int_0^{x_p} V_{b-a}(x') dx' =$$

$$= 0 - \frac{1}{2} x_p \cdot (-2,5) = 2,441 \text{ kNm} \checkmark$$

$$1) x_p = \frac{V_{ba}}{q} = \frac{2,5}{1,28} = 1,953125 \text{ m}$$

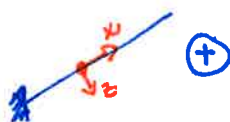
$$2) V_{b-a}^P(x') = 0 \Rightarrow -2,5 + 1,28 x_p = 0 \\ x_p = \frac{2,5}{1,28} = \checkmark$$

$$3) \frac{2,5}{x_p} = \frac{(3,9 + 2,5)}{5} \\ x_p = \frac{2,5 \cdot 5}{3,9 + 2,5} = 1,953125 \text{ m} \checkmark$$

Poznámky:

int $\downarrow$ $-m$ $\uparrow$ dex
N

dex $\uparrow$ $-q$ $\downarrow$ int
V
M



1) $\frac{dN}{dx} = -m = -(-0,96) = 0,96$ rostoucí fce

$\triangle 0,96$ (iž vnitřní síly) na délce 5m $\Rightarrow 5 \cdot 0,96 = 4,8$

2) $\frac{dV}{dx} = -q = -1,28$ klesající fce

$\triangle 1,28$ na délce 5m $\Rightarrow$ klesnu $5 \cdot 1,28 = 6,4$

3) $\frac{dM}{dx} = V$

sklon levé tečny

$V_{ab} = 3,9$
rostoucí

sklon pravé tečny

$V_{ba} = -2,5$
klesající

4) $\frac{d^2M}{dx^2} = -q = -1,28$

konkvávní 

jelikož je u momentů otočena svislá osa



- vetknutí můžeme natočit bez ovlivnění řešen vnitřních sil
- můžeme se na tuto úlohu dívat jako na řešení přímého nosníku se šikmým zatížením

